

FUTURO

Preuniversitario

Matemática II

Áreas y Perímetro

Departamento de Matemática

Preuniversitario Futuro 2021



ÁREAS Y PERÍMETROS

Conceptos de Área y Perímetro

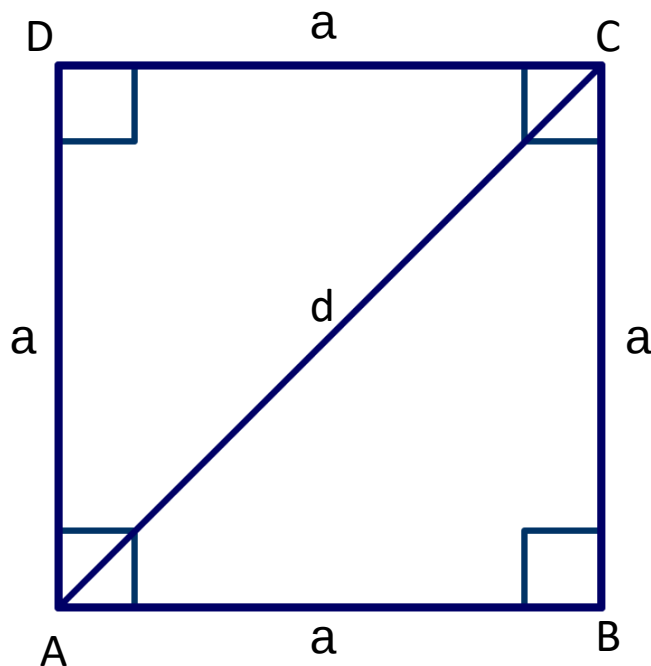
- El perímetro está asociado a medir longitudinalmente una figura geométrica, por esta razón su medida se expresa en unidades de longitud (mm, cm, m, km). Es todo lo que rodea a una figura geométrica, el contorno.
- El área se refiere al conjunto de puntos de una superficie que está determinada o delimitada por el perímetro, esto significa tener que realizar dos medidas perpendiculares entre sí que se multiplican y con ello abarcamos todo el conjunto de puntos que conforman una cierta superficie y que por lo tanto se expresa en unidades cuadradas (mm^2 , cm^2 , m^2 , km^2).



ÁREAS Y PERÍMETROS

Fórmulas de Áreas y Perímetros de Polígonos

A. Cuadrado:



$$\text{Área} = a^2$$

$$\text{Área} = \frac{1}{2} d^2$$

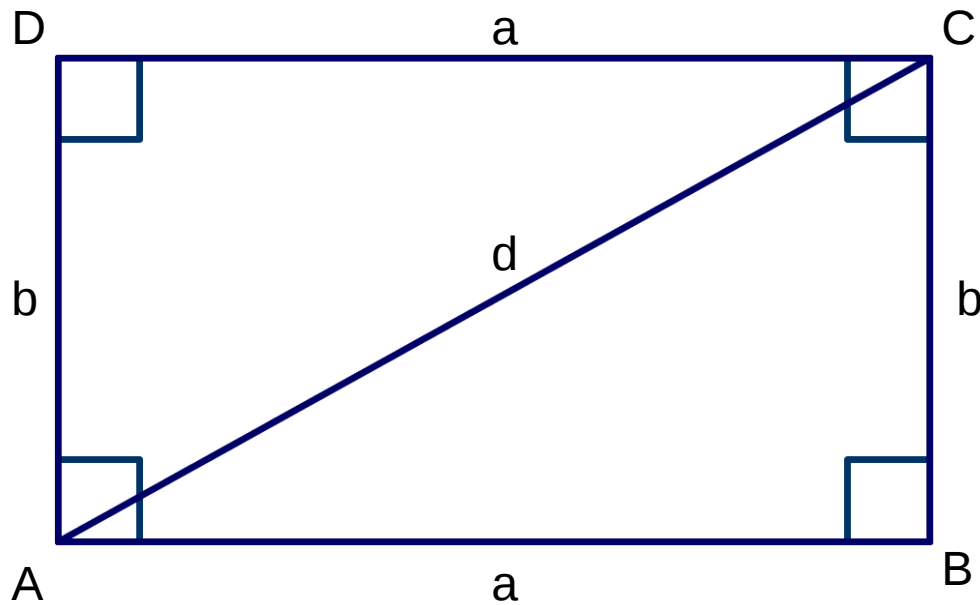
$$\text{Perímetro} = 4a$$

$$d = a\sqrt{2}$$



ÁREAS Y PERÍMETROS

B. Rectángulo:



$$\text{Área} = a \cdot b$$

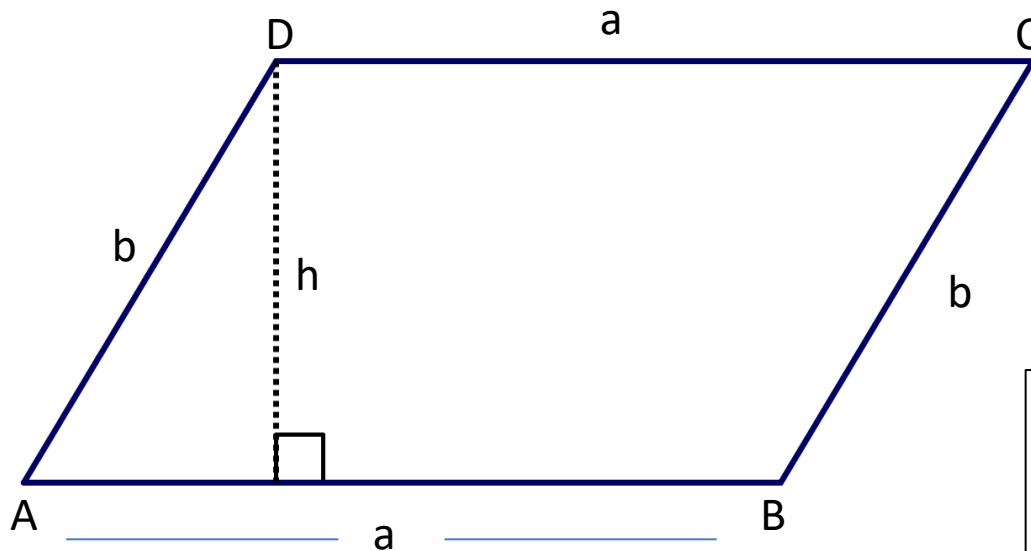
$$\text{Perímetro} = 2(a + b)$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$



ÁREAS Y PERÍMETROS

C. Paralelogramo:



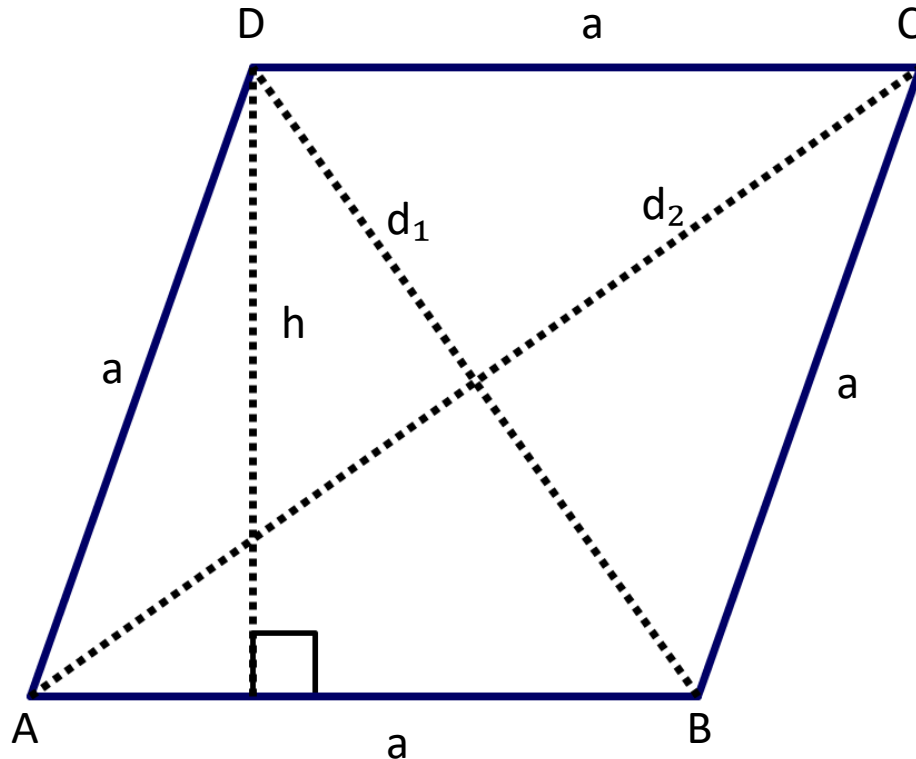
$$\text{Área} = a \cdot h$$

$$\text{Perímetro} = 2(a + b)$$



ÁREAS Y PERÍMETROS

D. Rombo:



$$\text{Área} = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

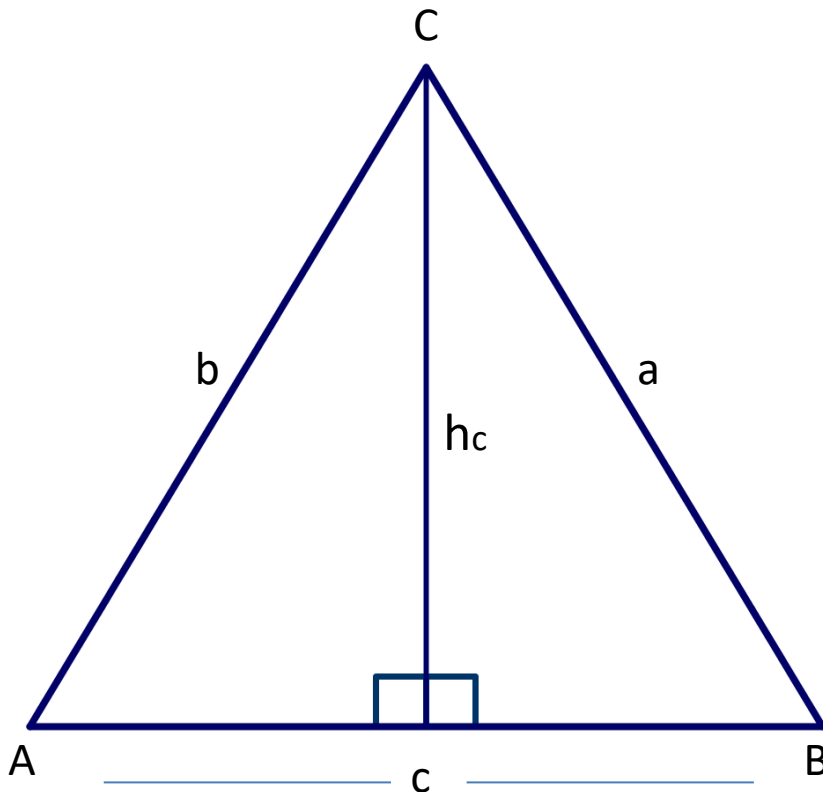
$$\text{Perímetro} = 4a$$

$$\text{Área} = a \cdot h$$



ÁREAS Y PERÍMETROS

E. Triángulo Cualquiera:



$$\text{Área} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

$$\text{Perímetro} = a + b + c$$

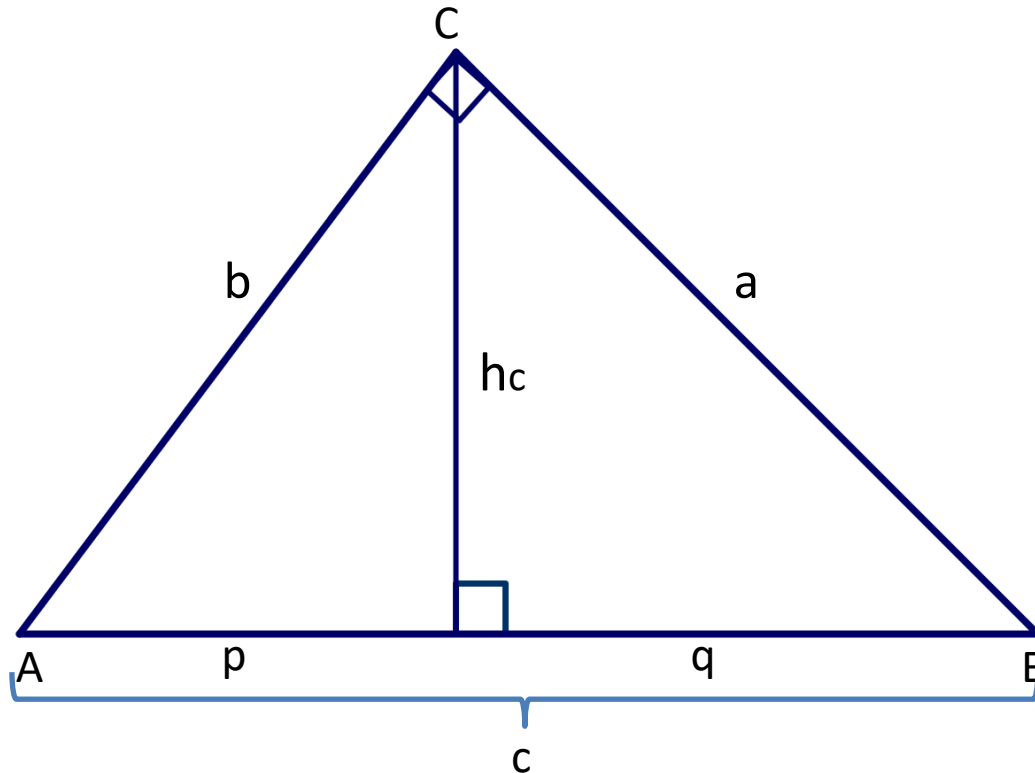
$$\text{Área} = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$$

$$s = \text{semi-perímetro} = \frac{P}{2}$$



ÁREAS Y PERÍMETROS

F. Triángulo Rectángulo:



$$h_c = \frac{a \cdot b}{c}$$

$$h_c^2 = p \cdot q$$

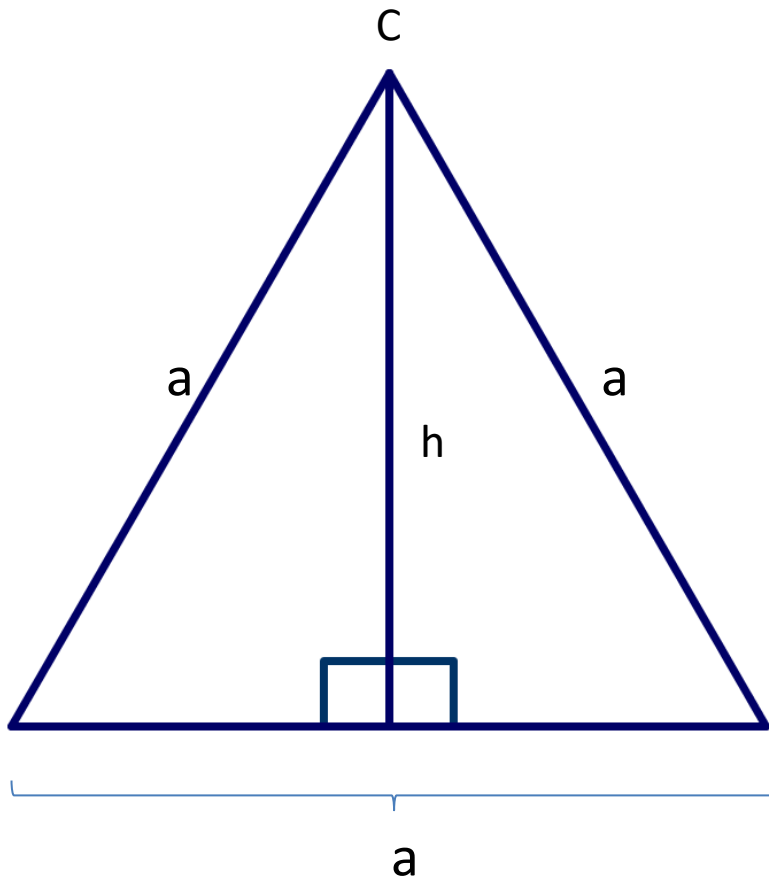
$$\text{Área} = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$\text{Área} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$



ÁREAS Y PERÍMETROS

G. Triángulo Equilátero



$$\text{Área} = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$h = \frac{a \sqrt{3}}{2}$$

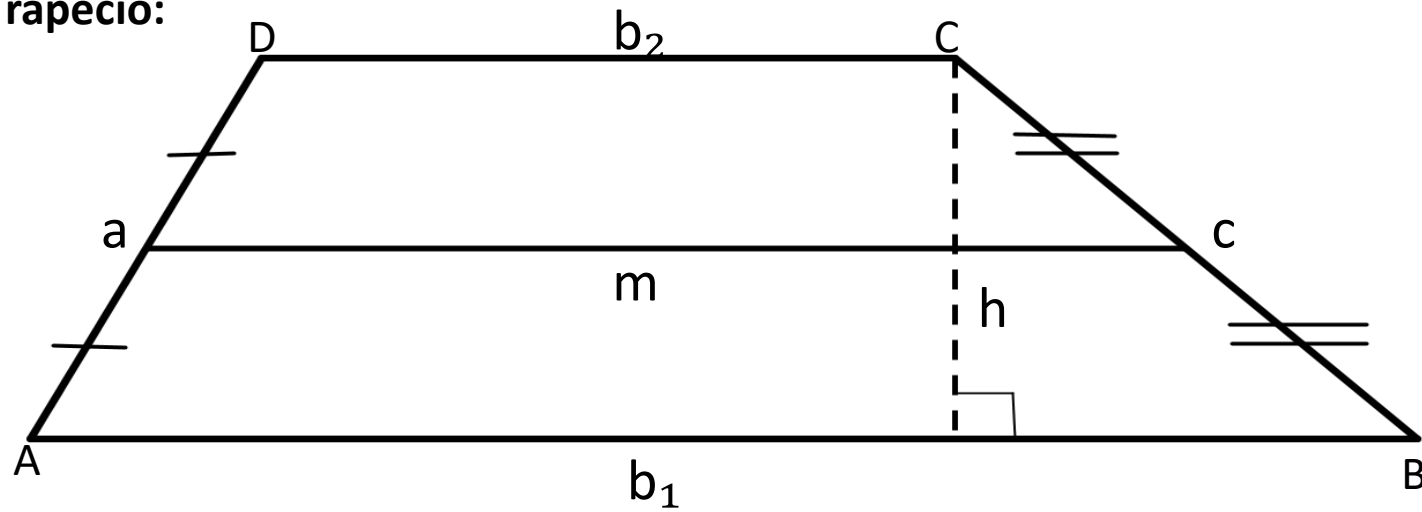
$$\text{Área} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Perímetro} = 3a$$



ÁREAS Y PERÍMETROS

H. Trapecio:



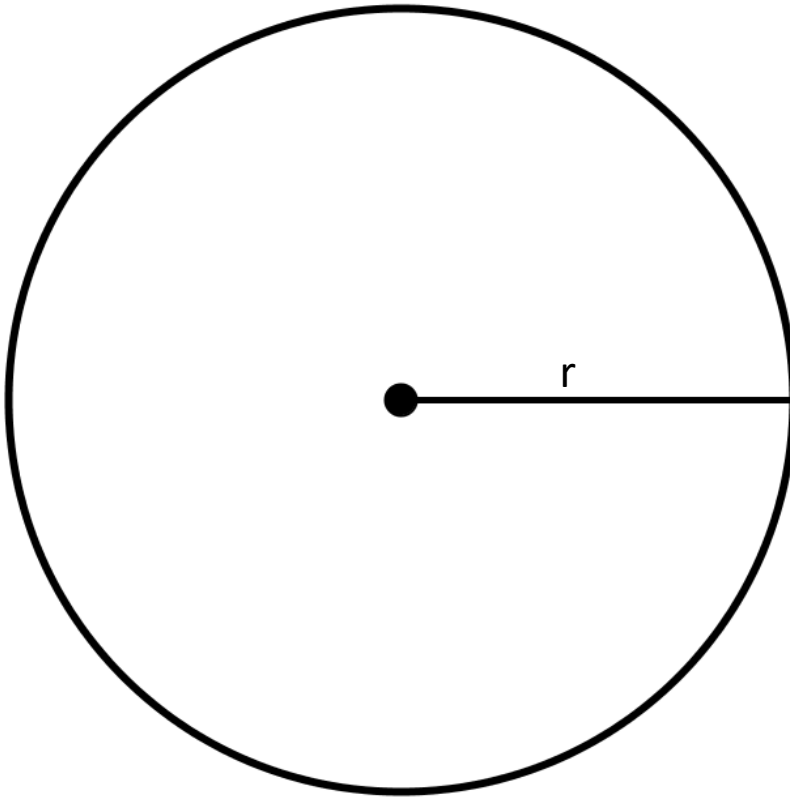
$$\text{Área} = \frac{(b_1 + b_2)}{2} \cdot h \quad \text{Perímetro} = a + b_1 + c + b_2$$

$$\text{Área} = m \cdot h \quad m = \frac{b_1 + b_2}{2}$$



ÁREAS Y PERÍMETROS

ÁREA Y PERÍMETRO DE UN CÍRCULO Y UNA CIRCUNFERENCIA



$$\text{Área} = \pi \cdot r^2$$

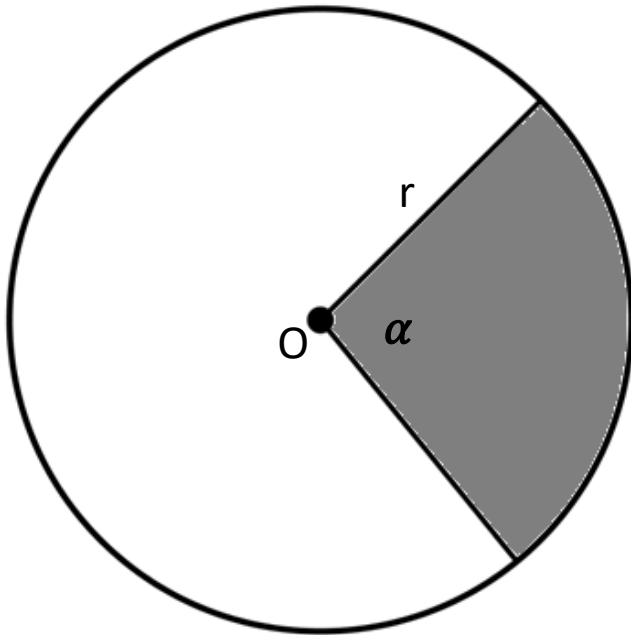
$$\text{Perímetro} = 2 \cdot \pi \cdot r$$



ÁREAS Y PERÍMETROS

Sector Circular:

Se denomina sector circular a la parte de un círculo comprendida entre dos radios y el arco que subtienden en la circunferencia.



En una circunferencia de radio r , la longitud del arco AB es igual a la $\frac{\alpha}{360^\circ}$ parte de la longitud de la circunferencia, es decir

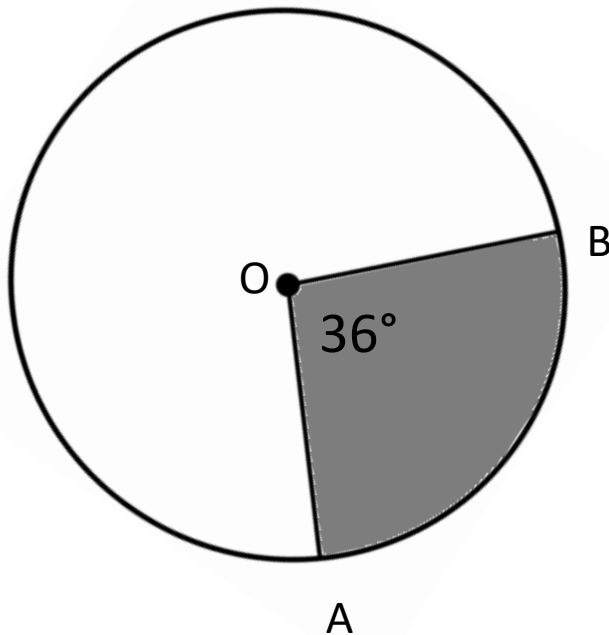
$$\widehat{AB} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r = \frac{\alpha\pi r}{180^\circ}$$



ÁREAS Y PERÍMETROS

Sector Circular

Ejemplo: Determinar la longitud de un arco de 36° perteneciente a una circunferencia cuya longitud es igual a 45π cm.



$$\text{Si } 2\pi r = 45\pi$$

$$\text{Entonces } r = 22,5 \text{ cm}$$

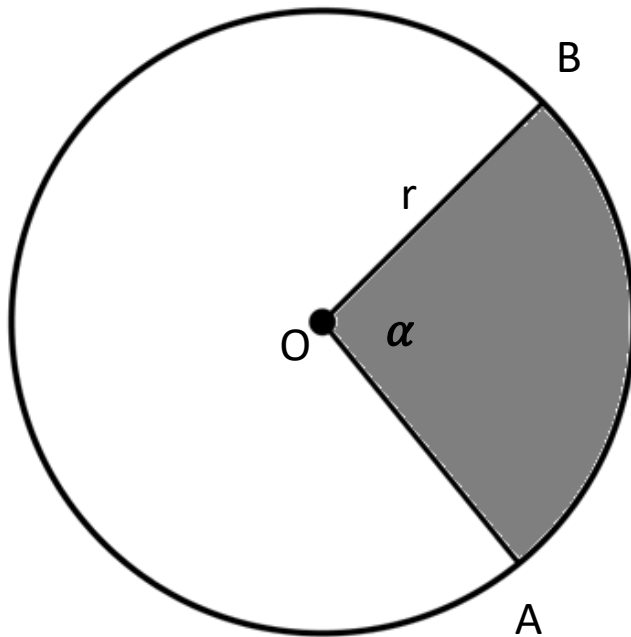
$$\begin{aligned}\therefore \widehat{AB} &= \frac{36^\circ}{180^\circ} \cdot 22,5 \cdot \pi \text{ (cm)} \\ &= \frac{9}{2} \cdot \pi \text{ (cm)} \\ &= 4,5 \pi \text{ (cm)}\end{aligned}$$



ÁREAS Y PERÍMETROS

26.5 Perímetro del Sector Circular:

En una circunferencia de radio r , el perímetro del sector circular es la suma de los dos radios y el arco que lo comprende.



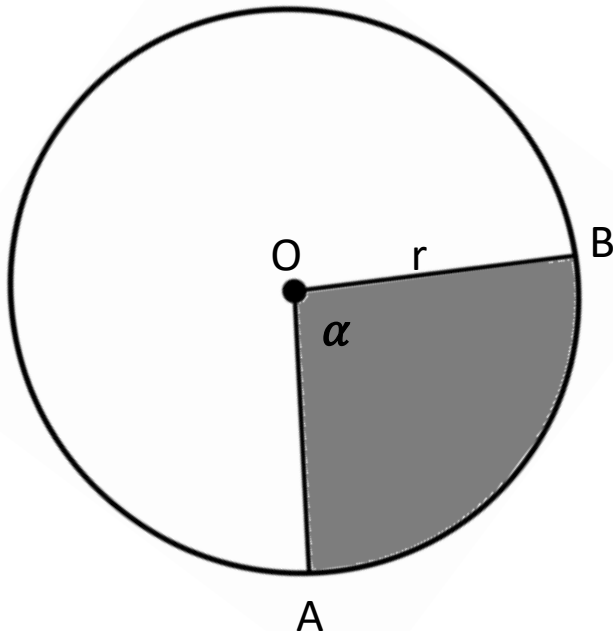
$$\begin{aligned} P(\text{sector}) &= \widehat{AB} + \overline{OA} + \overline{OB} \\ &= \frac{\alpha \pi r}{180^\circ} + 2r \end{aligned}$$



ÁREAS Y PERÍMETROS

Área de un Sector Circular:

En una circunferencia de radio r , el área A de un sector circular de α° es igual a la $\frac{\alpha}{360^\circ}$ parte del área del círculo, es decir:



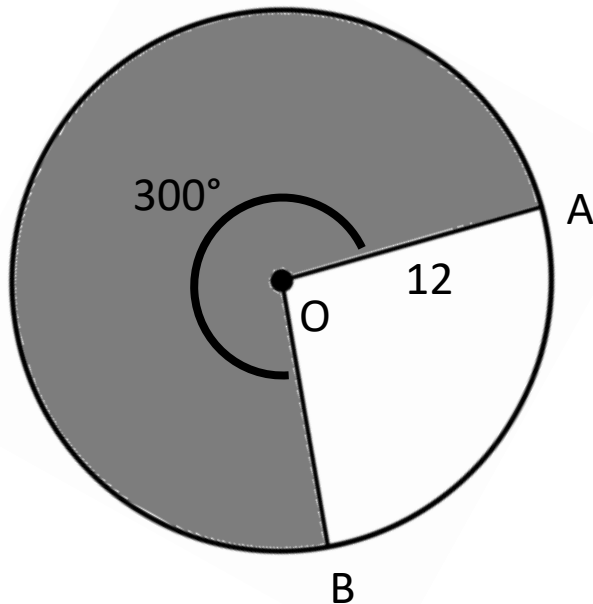
$$\text{Área (sector)} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r^2$$



ÁREAS Y PERÍMETROS

Ejemplo:

- i) Calcular el área y el perímetro de un sector circular de 300° , perteneciente a un círculo de radio igual a 12 cm.



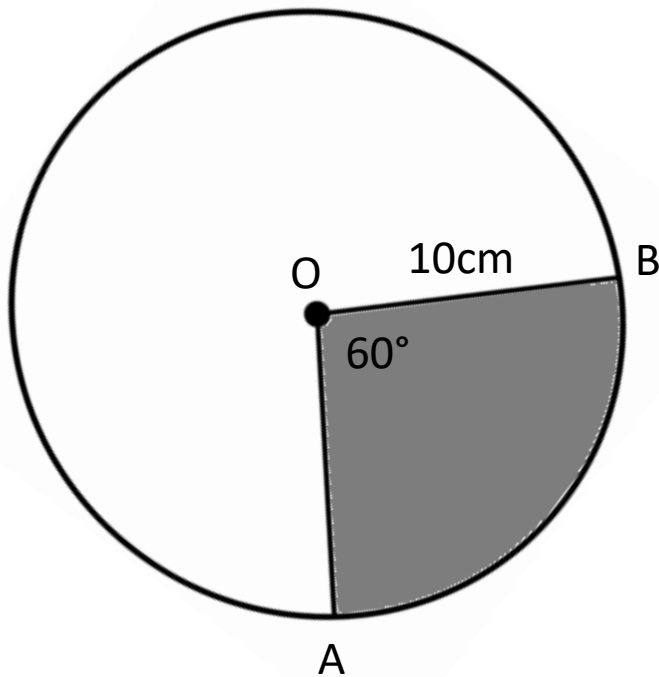
$$\begin{aligned}\text{Área}_{(\text{sector})} &= \frac{300^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot (12 \text{ cm})^2 \\ &= 120 \cdot \pi \text{ (cm}^2\text{)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P_{(\text{sector})} &= \frac{300^\circ}{180^\circ} \cdot \pi \cdot 12 \text{ cm} + 2 \cdot 12 \text{ cm} \\ &= (20\pi + 24) \text{ cm}\end{aligned}$$



ÁREAS Y PERÍMETROS

ii) Determinar el área y el perímetro de un sector circular de radio 10 cm y cuyo ángulo del centro mide 60° .

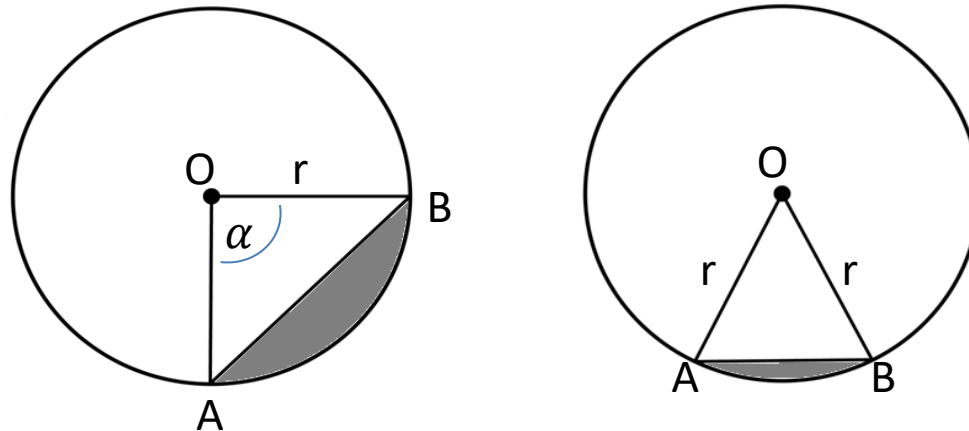




ÁREAS Y PERÍMETROS

Definición de Área y Perímetro de un Segmento Circular

Se denomina segmento circular a la parte de un círculo comprendida entre una cuerda y el arco que subtiende:



El área del segmento circular es igual al área del sector circular correspondiente menos el área del triángulo que forman sus radios y la cuerda que subtienden, o sea:

$$\text{Área segmento} = A_{\text{sector}} - A_{\text{Triángulo}}$$



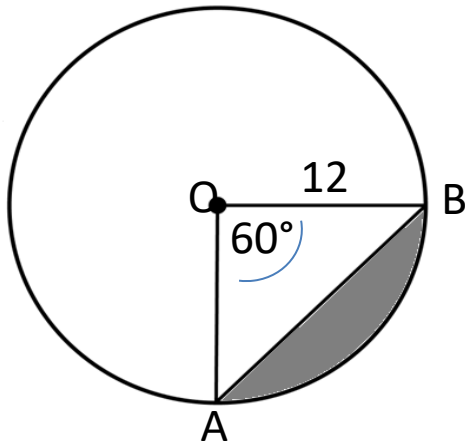
ÁREAS Y PERÍMETROS

Definición de Área y Perímetro de un Segmento Circular

Y el perímetro del segmento circular es igual al arco que determine el sector circular más la cuerda que determina el segmento circular, o sea,

$$\text{Perímetro segmento} = \widehat{AB} + \overline{AB}$$

Ejemplo: Calcular el área y perímetro de un segmento circular cuyo ángulo central vale 60° , si el radio del círculo es igual a 12cm



$$\begin{aligned}\text{Área segmento} &= A_{\text{sector}} - A_{\Delta} \\ &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 12^2 - \frac{1}{4} \cdot 12^2 \cdot \sqrt{3} \\ &= (24\pi - 36\sqrt{3}) \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Perímetro segmento} &= \widehat{AB} + \overline{AB} \\ &= \frac{60^\circ}{180^\circ} \cdot \pi \cdot 12 + 12 = (4\pi + 12) \text{ cm}\end{aligned}$$

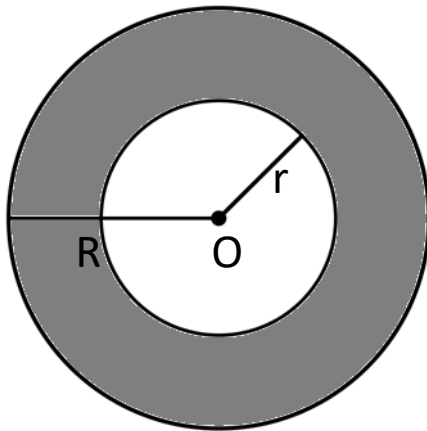


ÁREAS Y PERÍMETROS

Corona Circular

Se denomina corona circular a la parte comprendida entre dos círculos concéntricos de distinto radio.

Ejemplo:



El perímetro de una corona circular es igual a la suma de los perímetros de las dos circunferencias, es decir:

$$\text{Perímetro corona} = 2\pi R + 2\pi r$$

El área de una corona circular es igual a la diferencia de las áreas de los dos círculos, es decir:

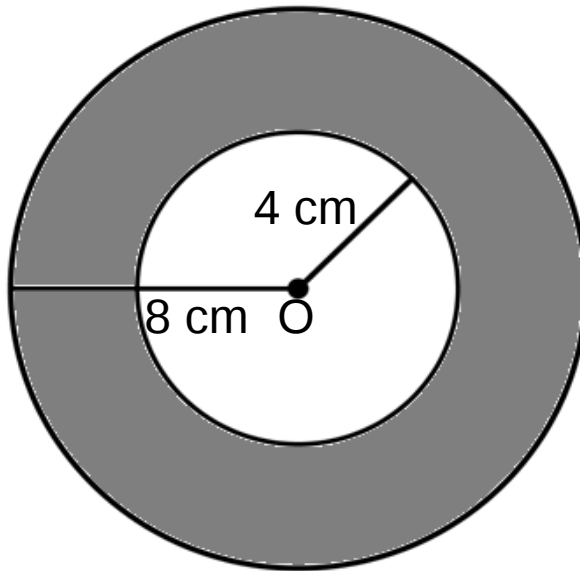
$$\text{Área corona} = \pi R^2 - \pi r^2$$



ÁREAS Y PERÍMETROS

Corona Circular

Ejemplo: Hallar el perímetro y área de la corona circular de la figura.



$$\begin{aligned} P_{\text{corona}} &= 2 \cdot \pi \cdot 8 + 2 \cdot \pi \cdot 4 \\ &= 16\pi + 8\pi \\ &= 24\pi \text{ cm} \end{aligned}$$

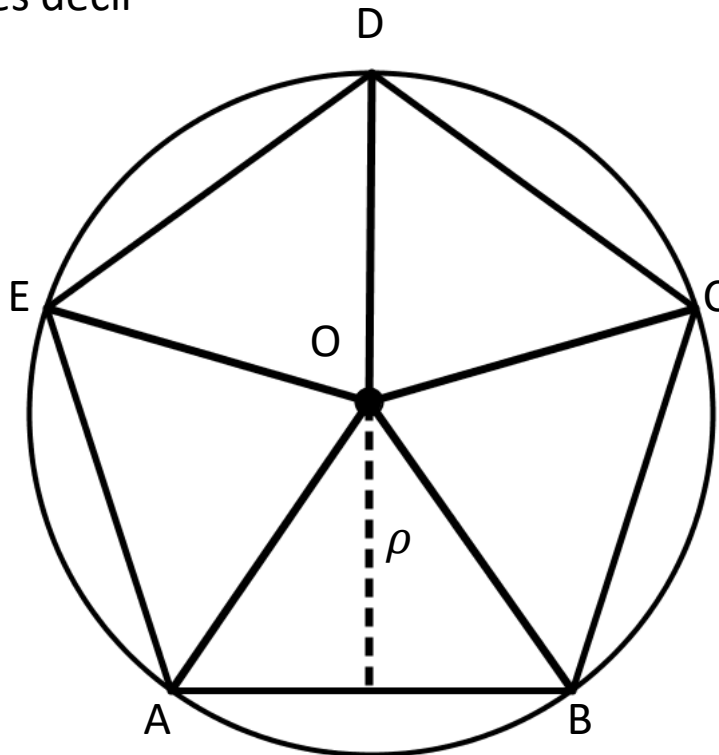
$$\begin{aligned} A_{\text{corona}} &= \pi \cdot 8^2 - \pi \cdot 4^2 \\ &= 64\pi - 16\pi \\ &= 48\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



ÁREAS Y PERÍMETROS

Área de un Polígono Regular

El área de un polígono regular es igual a la mitad del producto de su perímetro por la apotema es decir



$$\text{Área} = \frac{p \cdot \rho}{2}$$

p: Perímetro
 ρ : Apotema

F

CUERPOS GEOMÉTRICOS

Distancia y punto medio entre dos puntos del *plano* cartesiano tridimensional

La distancia $d(P, Q)$ entre los puntos P y Q : $P(x_1, y_1, z_1)$ y $Q(x_2, y_2, z_2)$

El punto

$$d(P, Q) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2} \right)$$

La distancia $d(PQ)$ entre dos puntos del plano de dos dimensiones $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

El punto medio de PQ es:

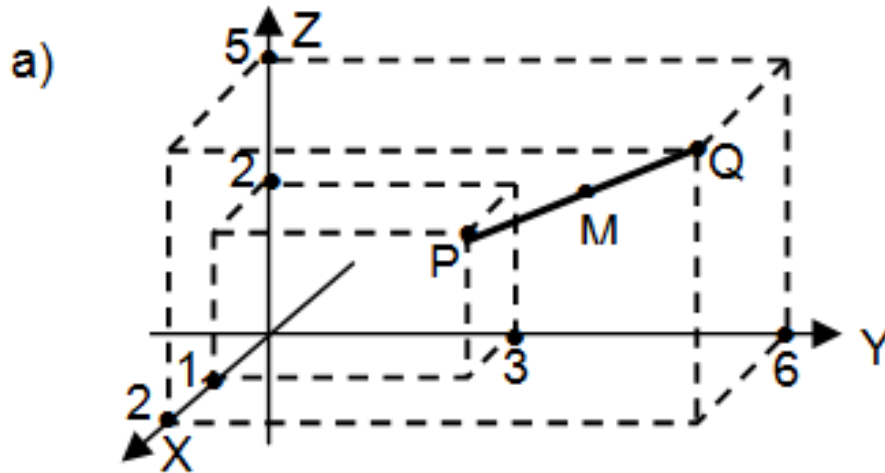
$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

F

CUERPOS GEOMÉTRICOS

Distancia y punto medio entre dos puntos del plano cartesiano tridimensional

Ejemplo: ¿Cuánto mide el segmento PQ y su punto medio M?



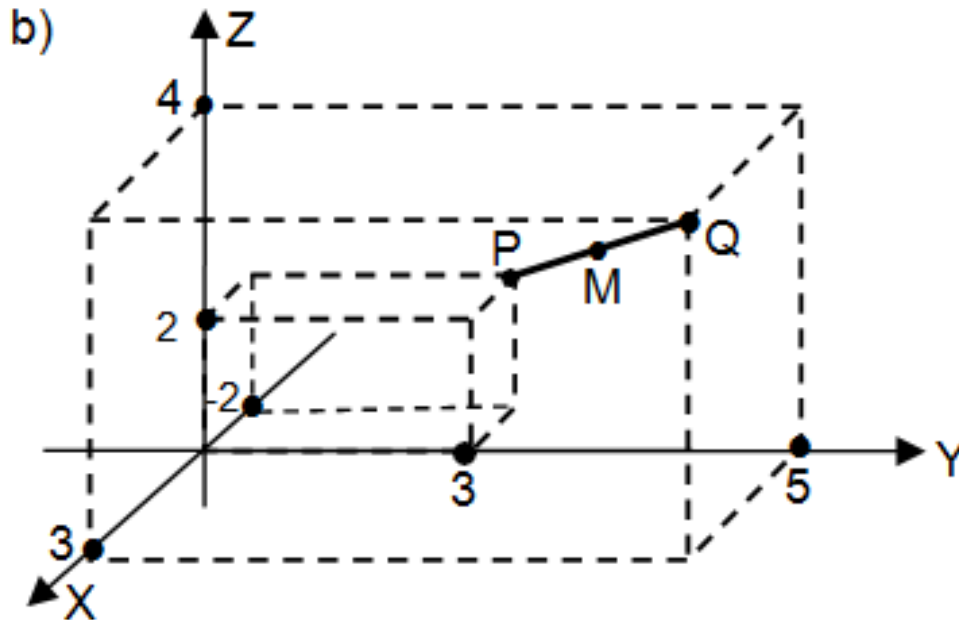
$$\overline{PQ} =$$

$$M =$$

F

CUERPOS GEOMÉTRICOS

Distancia y punto medio entre dos puntos del plano cartesiano tridimensional



$$\overline{PQ} =$$

$$M =$$

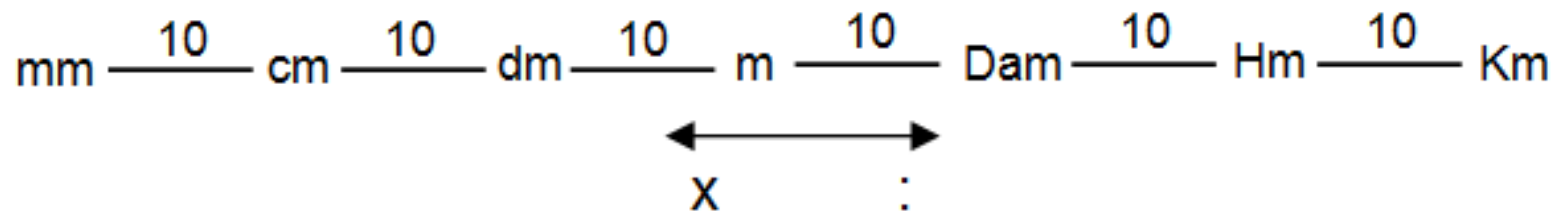


CUERPOS GEOMÉTRICOS

Unidades de medida

a) Unidades de Longitud

Cada unidad de longitud es 10 veces mayor que la unidad inmediata inferior y 10 veces menor que la unidad inmediata superior.



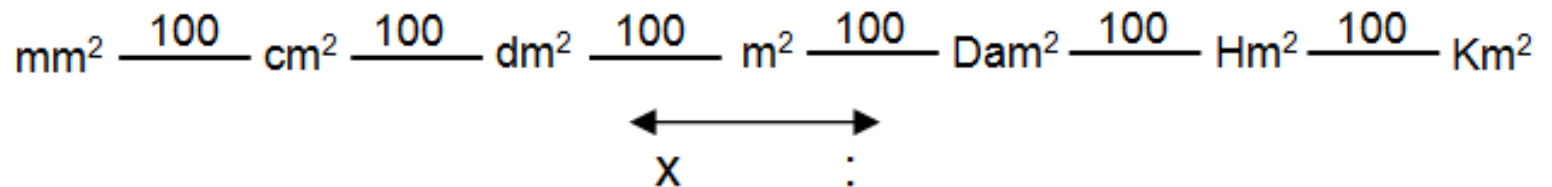


CUERPOS GEOMÉTRICOS

Unidades de medida

b) Unidades de Superficie

Cada unidad de superficie es 100 veces mayor que la unidad inmediata inferior y 100 veces menor que la unidad inmediata superior.





CUERPOS GEOMÉTRICOS

Unidades de medida

c) Unidades de Capacidad

Cada unidad de capacidad es 1000 veces mayor que la unidad inmediata inferior y 1000 veces menor que la unidad inmediata superior.

$$\text{mm}^3 \xrightarrow{1000} \text{cm}^3 \xrightarrow{1000} \text{dm}^3 \xrightarrow{1000} \text{m}^3 \xrightarrow{1000} \text{Dam}^3 \xrightarrow{1000} \text{Hm}^3 \xrightarrow{1000} \text{Km}^3$$

$\longleftrightarrow$
X :

$$0,001 \text{ m}^3 = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ litro}$$